



Treino Matemático

9º ano

Assunto: Posição relativa de retas no plano e no espaço euclidiano

Ficha de trabalho 3
(Soluções)

1. Completa as frases de forma a obteres afirmações verdadeiras.

1.1. "Duas retas são não complanares se ...

- A. ... não existir nenhum plano que as contenha".
- B. ... estão contidas no mesmo plano".
- C. ... se tiverem um único ponto em comum".

1.2. "Duas retas são paralelas se...

- A. ... não existir nenhum plano que as contenha".
- B. ... se não forem concorrentes".
- C. ... se tiverem um único ponto em comum".

1.3. Duas retas são concorrentes se ...

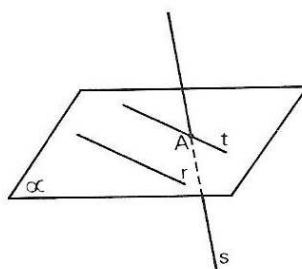
- A. ... não existir nenhum plano que as contenha".
- B. ... se tiverem mais do que um ponto em comum".
- C. ... se tiverem um único ponto em comum".

2. Da figura ao lado sabe-se que:

$$r \subset \alpha ; A \notin r ; t \subset \alpha ;$$

$$s \cap \alpha = \{A\} ;$$

$$t \cap \alpha = \{A\} ; r \cap t = \{\}$$



2.1. Qual é posição relativa das retas r e t .

São paralelas, porque não têm nenhum ponto em comum.

2.2. Que posição relativa ocupam as retas r e s ?

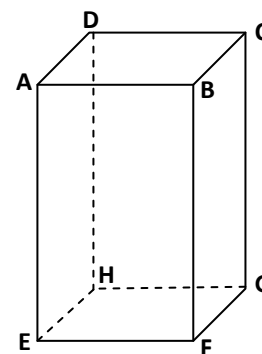
São não complanares. (Não há um plano que contenha as duas retas)

2.3. As retas s e t são concorrentes? Porquê?

São, porque o ponto A é comum às duas retas.

2.4. s e t definem um plano? Justifica.

Sim. Duas retas concorrentes definem um plano.



- Os pontos A , B e C definem o plano da base superior.
- O ponto A e a reta BF definem o plano da face $[ABFE]$.
- As retas EF e HG definem o plano da base inferior.
- As retas concorrentes BC e BF da face $[BFGC]$

3. Na figura [VABCD] é uma pirâmide quadrangular e [VP] é o apótema da pirâmide.

3.1. Qual é a posição relativa das arestas [VA] e [VB]?

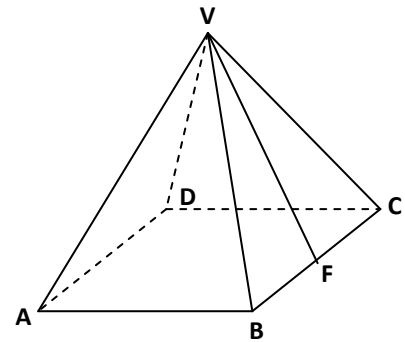
São concorrentes. (Têm um ponto de interseção, o ponto V)

3.2. Qual é a posição da altura da pirâmide e qualquer das diagonais da base?

Perpendicular

3.3. VP e VC são coplanares? Justifica.

São, porque são concorrentes, isto é têm um ponto comum que é o ponto V.



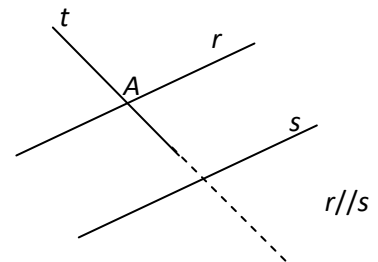
4. Demonstra o seguinte teorema:

“Se uma reta t intersecta uma de duas retas paralelas r e s e é com elas coplanar, então intersecta a outra..”

4.1. Identifica a hipótese e a tese.

Hipótese: As retas r e s são paralelas, t é coplanar com r e s e t intersecta r .

Tese: A reta t intersecta a reta s .



4.2. Demonstração

$r \parallel s$, por hipótese.

No mesmo plano, considera-se a reta t , que intersecta a reta r no ponto A .

Por A passa uma única reta paralela à reta s , pelo axioma euclidiano de paralelismo.

Assim a reta t não pode ser paralela à reta s .

Como as retas r , s e t estão no mesmo plano (são coplanares), as retas t e s (se não são paralelas) são concorrentes isto é t também intersecta s

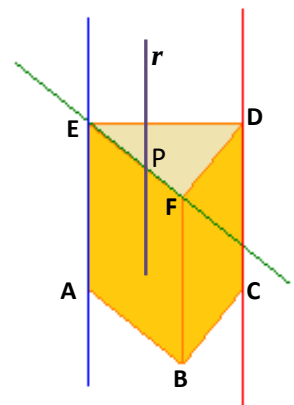
5. Na figura está representado um prisma triangular e algumas retas que contêm as arestas desse prisma. $r \cap EF = \{P\}$ e r está contida no plano ABF.

5.1. Quais são os polígonos que formam as faces?

As faces laterais são retângulos e as bases são triângulos.

5.2. Indica duas retas que sejam:

- a) perpendiculares; EF e EA
- b) estritamente paralelas; EA e DC



c) não coplanares; EF e DC

d) concorrentes e não perpendiculares. EF e ED

5.3. Justifica que a reta r intersecta a reta AB

EF é paralela a AB, a reta r intersecta a reta EF e é coplanar com EF e AB, logo intersecta a reta AB, porque se uma reta intersecta uma de duas retas paralelas e é com elas coplanar, intersecta a outra.